

УДК 681.51

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕЛЕКТРОМОНТАЖНИХ РОБІТ

К.В. Цивінський

Національний авіаційний університет

e-mail: ktsyvinsky@gmail.com

Вступ

Задача планування електромонтажних робіт (ЕР) займає центральне місце в комплексі задач прийняття рішень, що регламентують виробничий процес будівельно-монтажних робіт. У зв'язку з тим, що ЕР виконуються одночасно на декількох об'єктах, мають різну тривалість і вимагають різного роду матеріальних і фінансових ресурсів, наявність яких обмежена, а потреба динамічно змінюється, необхідна автоматизація рішення планування цих робіт. Виходячи із цього, визначається різноманітний характер даної задачі й вимагає застосування для її розв'язання ефективних математичних методів з використанням сучасних комп'ютерних технологій.

Основна мета статті виражається в описі математичної моделі задачі планування ЕМР, що може бути покладена в основу методу виробітку оптимальних (за заданими критеріями) рішень, що регламентують основну виробничу діяльність електромонтажних підприємств.

Постановка задачі

Передбачається, що кожна ЕР характеризується трьома групами параметрів: тривалістю й припустимим діапазоном часу початку її виконання; переліком типів і кількістю механізмів й інструментів кожного типу, необхідних на кожній її технологічній стадії; обсягом необхідних фінансових вкладень на кожному її етапі.

Дана задача полягає в розподілі ЕР, запланованих на деякий плановий період, у часі з урахуванням існуючих обмежень на матеріальні та фінансові ресурси й потреби в них, що динамічно змінюється. При цьому передбачаються наступні умови:

- 1) ЕР, розпочаті, але не завершені до розглянутого моменту прийняття рішень, тривають до повного їхнього закінчення у встановлений термін;
- 2) ЕР забезпечуються необхідним фінансуванням і необхідними матеріально-технічними ресурсами.

З викладеного вище видно що, задача планування ЕР носить явно виражений оптимізаційний і комбінаторний характер. Її формалізація в рамках дискретного програмування вимагає розбивки планового періоду часу, протягом якого повинні бути виконані розглянуті ЕР, на деяку кількість рівних напіввідкритих інтервалів (відрізків), що грають роль умовних одиниць часу. Їхня тривалість повинна бути такою, щоб на один інтервал не припадало більше однієї операції фінансових вкладень або зміни складу технологічного устаткування, що використовується по кожній ЕР.

Для побудови математичної моделі необхідно перенумерувати всі ЕР, типи механізмів й інструментів й інтервали часу числами натурального ряду, починаючи з одиниці. Нехай i – номер ЕР; m – їх кількість (включаючи розпочаті, але не завершені до моменту ухвалення рішення); j – номер типу механізму або інструмента; l – кількість таких типів; k – номер інтервалу часу; n – кількість інтервалів; $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, l}$; $k = \overline{1, n}$.

Вихідні дані, необхідні для розв'язання задачі планування ЕР, формально задаються у вигляді наступного набору величин і множин, що задовольняє вимозі мінімальності обсягу інформації, що вводиться в обчислювальну систему: I^0 – множина номерів робіт, розпочатих, але не завершених до моменту ухвалення рішення; $I^0 \subseteq \{1, \dots, m\}$; I^1 – множина номерів робіт, виконання яких починається й закінчується в розглянутому плановому періоді; $I^1 = \{1, \dots, m\} \setminus I^0$; τ_i – тривалість виконання i -ої ЕР, вимірювана в кількості виді-

лених напіввідчинених інтервалів часу; $i = \overline{1, m}$; K_i^H – множина номерів відрізків часу, у які може бути почата i -та ЕР; $K_i^H \subseteq \{1, \dots, n\}$; $i \in I^1$; J_{ik} – множина типів механізмів або інструментів, необхідних для виконання i -ої ЕР на k -ому по рахунку відрізка часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$; a_{ijk} – кількість механізмів або інструментів j -ого типу, необхідних для виконання i -ої ЕР на k -ому по рахунку відрізка часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$; $j \in J_{ik}$; b_{jk} – кількість механізмів або інструментів j -ого типу, які можуть експлуатуватися на k -ому відрізка часу (з урахуванням регламентних робіт, технічного обслуговування, транспортування до місця експлуатації, демонтажу-монтажу, і т.п.); $j = \overline{1, l}$; $k = \overline{1, n}$; r_{ik} – фінансові витрати на виконання i -ої ЕР на k -ому по рахунку відрізка часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$; K^S – множина відрізків часу, у які передбачаються фінансові надходження для виконання запланованих ЕР; $K^S \subseteq \{1, \dots, n\}$; s_k – обсяг фінансових надходжень на k -ому відрізка часу; $k \in K^S$; s_0 – обсяг фінансових ресурсів на початок розглянутого планового періоду часу.

При постановці задачі передбачається можливість виконання всіх запланованих робіт. Виходячи із цього, число n повинне бути таким, щоб найбільш пізня ЕР могла бути завершена до закінчення планового періоду часу:

$$n = \max \{k_i^H \mid i \in I^1\},$$

де k_i^H – номер найбільш пізнього відрізка часу, у який може бути почате виконання i -ої ЕР;

$$k_i^H = \max \{k \in K_i^H\}; i \in I^1.$$

Для побудови математичної моделі задачі планування ЕР на основі наведених вихідних даних послідовно формуються наступні множини:

K_i – множина номерів відрізків часу, у які може виконуватися i -та робота:

$$K_i = \bigcup_{k \in K_i^H} \{k, \dots, k + \tau_i - 1\}; i \in I^1;$$

K^0 – множина номерів відрізків часу, у які будуть виконуватися ЕР, початі до розглянутого планового періоду:

$$K^0 = \begin{cases} \emptyset, \text{ якщо } I^0 = \emptyset \\ \{1, \dots, \tau_{\max}^0\} \text{ в іншому випадку} \end{cases},$$

де τ_{\max}^0 – кількість відрізків часу, у які буде виконуватися найбільш тривала робота, почата до розглянутого планового періоду:

$$\tau_{\max}^0 = \max \{\tau_i \mid i \in I^0\};$$

K^1 – множина номерів відрізків часу, у які можуть виконуватися ЕР, початі в розглянутому плановому періоді:

$$K^1 = \bigcup_{i \in I^1} K_i.$$

План ЕР на розглянутий період визначається вектором $x = (x_{ik} \mid i = \overline{1, m}; k \in K_i^H)$ значень булевих змінних $x_{ik} \in \{0, 1\}$, компоненти якого несуть наступний зміст: якщо в результаті розв'язання задачі виявляється, що $x_{ik} = 1$, це означає, що виконання i -ої роботи починається в k -ому інтервалі часу; при $x_{ik} = 0$ дане твердження є невірним.

Критерії оптимальності

Постановка задачі планування ЕР може передбачати досягнення наступних альтернативних цілей:

- 1) виконати всі роботи за мінімальний час;
- 2) виконати максимальну кількість робіт протягом заданого періоду часу;
- 3) виконати певну частину множини запланованих робіт за мінімальний час при максимальній кількості робіт іншої частини, які передбачається виконати до закінчення розглянутого періоду часу.

Для першого випадку цільова функція, що характеризує ступінь оптимальності шуканого розв'язання задачі, має наступний вигляд:

$$f_1(x) = \sum_{i \in I^1} v_i \sum_{k \in K_i^H} (k - k_i^P) x_{ik} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де v_i – ваговий коефіцієнт, що характеризує ступінь важливості найшвидшого завершення i -ої роботи; $v_i > 0$; $i \in I^1$;

k_i^P – номер найбільш раннього відрізка часу, у який може бути почате виконання i -ої ЕР; $k_i^P = \min\{k \in K_i^H\}$; $i \in I^1$.

Для другого варіанта цільова функція набуває наступного вигляду:

$$f_2(x) = \sum_{i \in I^1} w_i \sum_{k \in K_i^H} x_{ik} \rightarrow \max, \quad (2)$$

де w_i – ваговий коефіцієнт, що характеризує ступінь важливості виконання i -ої ЕР роботи в розглянутій плановий період; $w_i > 0$; $i \in I^1$.

У третьому варіанті передбачається попереднє виділення на множині I^1 номерів робіт, що підлягають обов'язковому виконанню протягом розглянутого планового періоду (I_1^1), і інших робіт (I_2^1), виконання яких є бажаним, але не є необхідною умовою: $I_1^1 \subseteq I^1$; $I_2^1 = I^1 \setminus I_1^1$.

У цьому випадку цільова функція $f_3(x)$ повинна являти собою лінійну композицію введених раніше функцій $f_1(x)$ й $f_2(x)$, спроектованих на множині I_1^1 й I_2^1 відповідно. Для цього необхідно привести функції $f_1(x)$ й $f_2(x)$ до єдиної шкали вимірювання, нормалізувавши, наприклад, першу з них шляхом ділення кожного коефіцієнта при незалежних змінних $(k - k_i^P)$ на потужність відповідної підмножини K_i^H ; $i \in I_1^1$. У підсумку цільова функція $f_3(x)$ прийме наступний вигляд:

$$f_3(x) = f_{11}(x) - f_{22}(x) \rightarrow \min, \quad (3)$$

де

$$f_{11}(x) = \sum_{i \in I_1^1} v_i \sum_{k \in K_i^H} \frac{k - k_i^P}{|K_i^H|} x_{ik}; \quad f_{22}(x) = \sum_{i \in I_2^1} w_i \sum_{k \in K_i^H} x_{ik}.$$

Значення вагових коефіцієнтів v_i й w_i ; $i \in I^1$ підбираються, виходячи з реальних вимог до строків виконання тієї або іншої ЕР в кожній конкретній ситуації.

Система обмежень

У даній задачі систему обмежень утворюють чотири групи математичних виразів.

Перша з них складається з рівнянь, що відображають вимогу включення до шуканого плану тих ЕР, які підлягають обов'язковому виконанню:

Обмеження другої групи становлять нерівності типового комбінаторного характеру, що відображають умову, що кожна з інших робіт може бути включена в шуканий план не більше одного разу:

Третя група обмежень відображає вимогу, щоб на кожному інтервалі часу кількість механізмів й інструментів кожного типу, необхідних для виконання запланованих робіт,

не перевищувало числа тих, що є у наявності. При цьому передбачається, що ЕР, розпочаті до розглянутого планового періоду, повністю забезпечені необхідним устаткуванням.

Для відрізків часу, протягом яких одночасно з роботами, розпочатими до розглянутого планового періоду, можуть виконуватися роботи, час початку яких перебуває в його межах, обмеження даної групи.

Для відрізків часу, коли можуть виконуватися тільки роботи, які початі в розглянутому плановому періоді, обмеження третьої групи набувають більш простого вираження.

Обмеження четвертої групи утворюють нерівності, що відображають вимогу достатнього фінансування ЕР. Очевидно, величина витрат на кожному відрізку часу не повинна перевищувати суми фінансових надходжень із початку планового періоду до розглянутого відрізка включно за винятком всіх попередніх витрат. При цьому передбачається, що ЕР, розпочаті до розглянутого планового періоду, повністю забезпечені необхідним фінансуванням. Обмеження даної групи формулюються тільки для тих відрізків часу, коли можуть виконуватися ЕР, розпочаті в розглянутому плановому періоді:

У формальній постановці задача планування ЕР полягає у відшуванні вектора значень незалежних булевих змінних $x = (x_{ik} \mid i = \overline{1, m}; k \in K_i^H)$, що обертає на оптимум:

- цільову функцію (1) при дотриманні обмежень першої, третьої і четвертої групи [у випадку, коли $(I_1^1 = I^1) \& (I_2^1 = \emptyset)$];

- цільову функцію (2) при дотриманні обмежень другої, третьої і четвертої групи [у випадку, коли $(I_1^1 = \emptyset) \& (I_2^1 = I^1)$];

- цільову функцію (3) при дотриманні обмежень першої, другої, третьої і четвертої групи [у випадку, коли $(I_1^1 \neq \emptyset) \& (I_2^1 \neq \emptyset)$].

Висновки

Виходячи з наведених результатів, розглянуті різновиди задач оптимального планування ЕР належать до класу екстремальних комбінаторних задач із лінійною структурою. Далі, привівши зазначені моделі до канонічного вигляду, для їхнього розв'язання використовується алгоритм спрямованого перебору варіантів [3].

Хоча даний алгоритм є досить повним, розв'язання, що розроблялися на основі наведених моделей, носять наближений характер через штучний перехід від безперервного часу до дискретного. Однак із цим доводиться миритися, оскільки конструктивна формалізація розглянутої задачі в безперервному часі, що дозволяє знаходити точне оптимальне її рішення з урахуванням всіх реальних обмежень, не є можливою.

У подальшому розвитку описаного підходу до планування ЕР може служити перехід до стохастичних моделей, у яких всі фінансові й тимчасові показники робіт розглядаються як випадкові величини із заданими законами розподілу.

Література

1. Алексеев А.Г. Экономика, организация и планирование электромонтажных работ. – М., 1989. – 366 с.
2. Стус Н.Г., Махлина Л.Н. Технология электромонтажных работ на электростанциях и подстанциях. – М., 1982. – 568 с.
3. Литвиненко О.Є. Метод спрямованого перебору в системах керування й діагностування. – К., 2007. – 328 с.