

УДК 519.816

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ АГРЕГАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ**

В.В. Цыганок

*Институт проблем регистрации информации НАН Украины*

e-mail: Vitaliy.Tsyganok@gmail.com

В системах поддержки принятия решений (СППР) для повышения достоверности экспертного оценивания альтернатив, часто используют метод парных сравнений. Этот широкоизвестный метод заключается в последовательном предоставлении всех возможных пар альтернатив эксперту для оценивания с последующим формированием матрицы парных сравнений (МПС) на основе данных им оценок. В последующем, МПС обрабатывается с целью получения агрегированных оценок альтернатив.

В настоящее время разработано множество методов агрегации экспертных оценок, полученных при парных сравнениях. Одним из наиболее часто применяемых есть метод собственного вектора, разработанный Томасом Саати [1]. Кроме того, для МПС мультипликативного типа (когда при сравнениях эксперт отвечает на вопрос: *Во сколько раз одна из пары альтернатив предпочтительнее другой?*) возможно и применение упрощенного метода агрегации, например, нахождение среднего геометрического элементов МПС по каждой строке этой матрицы. Имеют место также серия методов последовательной обработки МПС («Линия», «Треугольник», «Квадрат»)[2-3], а также метод комбинаторной обработки МПС[4].

В данной работе представлена попытка создать механизм оценивания выше упомянутых методов агрегации экспертных оценок, и возможно, не упомянутых здесь, на предмет выполнения ими своего основного назначения – повышения достоверности, а, следовательно, и точности экспертного оценивания.

Идея определения некоего показателя эффективности методов агрегации заключается в следующем. Задаются произвольные положительные значения весов альтернатив  $w_i$ ,  $i=(1,n)$ . Число альтернатив  $n$  при экспертном оценивании не должно превышать  $7 \pm 2$ [5]. Производится нормирование этих весов к единице  $w_i = w_i / \sum_{j=1}^n w_j$ . Т.е.,

теперь  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . В дальнейшем эти веса будем считать неким эталоном в рамках данного этапа исследования. По этим эталонным весам формально строится полностью (идеально) согласованная МПС (consistency matrix)  $A$  исходя из соотношения  $a_{ij} = w_i / w_j$ , где  $a_{ij}$  – элемент матрицы  $A$ . Далее, производится «зашумление» матрицы  $A$ , таким образом, что каждый элемент матрицы  $A$  может быть изменен по следующему закону  $a'_{ij} = a_{ij} \pm a_{ij} \cdot \delta / 100\%$ , где  $\delta > 0$  – заранее заданная величина, характеризующая

максимальное относительное отклонение результатов парных сравнений эксперта (элементов матрицы  $A$ ) в процентах от эталонных значений. Тем самым осуществляется моделирование наличия ошибок при экспертном оценивании. Величина  $\delta$ , в этом случае, представляет собой относительную ошибку эксперта при проведении парных сравнений. Далее, «зашумленная» МПС, обозначим ее  $A'$ , подвергается обработке одним из методов агрегации с целью получения обобщенных весов альтернатив  $w'_i$ . Качество (эффективность) метода агрегации экспертных оценок предлагается определять в виде

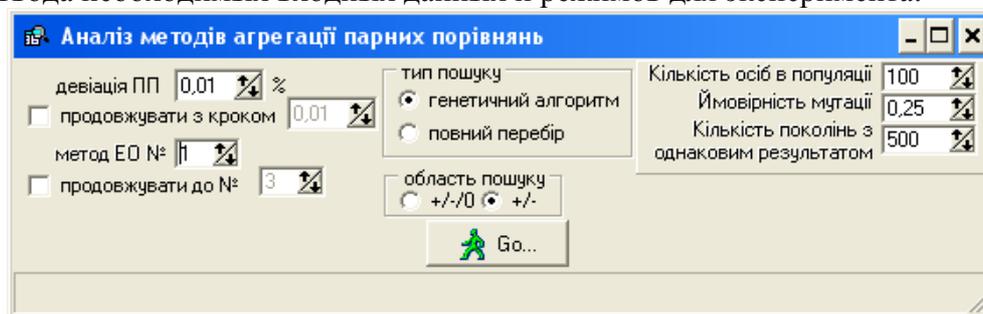
зависимости относительной ошибки определения весов  $\Delta = \max_i \left| \frac{w'_i - w_i}{w_i} \right| \cdot 100\%$  от  $\delta$ . Здесь

$\Delta$  – максимально возможное относительное отклонение полученного в результате расчета веса альтернативы от эталонного веса этой же альтернативы.

По мнению автора, зависимость  $\Delta(\delta)$  имеет смысл определять для каждого из исследуемых методов на интервале  $\delta \in ]0;100[$ , исходя из логичного предположения, что относительная ошибка оценивания при парных сравнениях эксперта не превышает 100%. Хотя, несомненно, что функция  $\Delta(\delta)$  определена в более широком диапазоне –  $\delta \in [0;\infty[$ . Нахождение максимально возможного относительного отклонения  $\Delta$  для каждого  $\delta$  предлагается производить с применением целенаправленных переборных – эволюционных методов. Этот выбор обусловлен тем что, по сути, мы имеем дело с нахождением максимума функции многих переменных  $f(a'_{ij})$ ,  $i,j=(1,n)$ , аргументами которой являются элементы МПС  $A'$ , и приемлемых аналитических методов для решения такого плана задач не существует. Значения  $\Delta(\delta)$  для конкретного метода агрегации зависит от значений исходных эталонных весов альтернатив  $w_i$ ,  $i=(1,n)$ . Это было подтверждено в процессе эксперимента, проводимого с помощью специально созданного программного модуля.

Вектор входных весов модуль получает из входного файла, результаты расчета  $\Delta$  также могут быть сохранены в файле для последующего анализа.

Управляющий модулем интерфейс представлен в виде диалогового окна (см. рис. ниже) для ввода необходимых входных данных и режимов для эксперимента.



Значение  $\delta$  может быть введено в поле ввода с названием «девиация ПС» и может изменяться с определенным шагом для возможности непрерывного проведения расчетов и накопления данных.

Модуль предусматривает также режим проверки правильности результатов работы генетического алгоритма с определенными параметрами этого алгоритма. Проверку можно сделать при небольших ( $<6$ ) значениях  $n$  с помощью полного перебора вариантов значений аргументов – элементов МПС  $A'$ . При значениях  $n \geq 6$  такие проверки не целесообразны из-за потребности значительных вычислительных ресурсов.

Подбор входных параметров генетического алгоритма для выполнения оптимального поиска производится итерационно, с использованием для проверки, по возможности, полного перебора.

Программный модуль также предусматривает выбор одного из двух режимов поиска максимума функции: проверку вариантов отклонения аргументов с возможностью оставлять аргумент без изменения (+/-/0) или без таковой (+/-). На практике, многочисленные эксперименты показали, что достаточно использовать более узкую область поиска вариантов, когда все аргументы изменяются на относительную величину в положительную или в отрицательную сторону (на скриншоте обозначение – +/-).

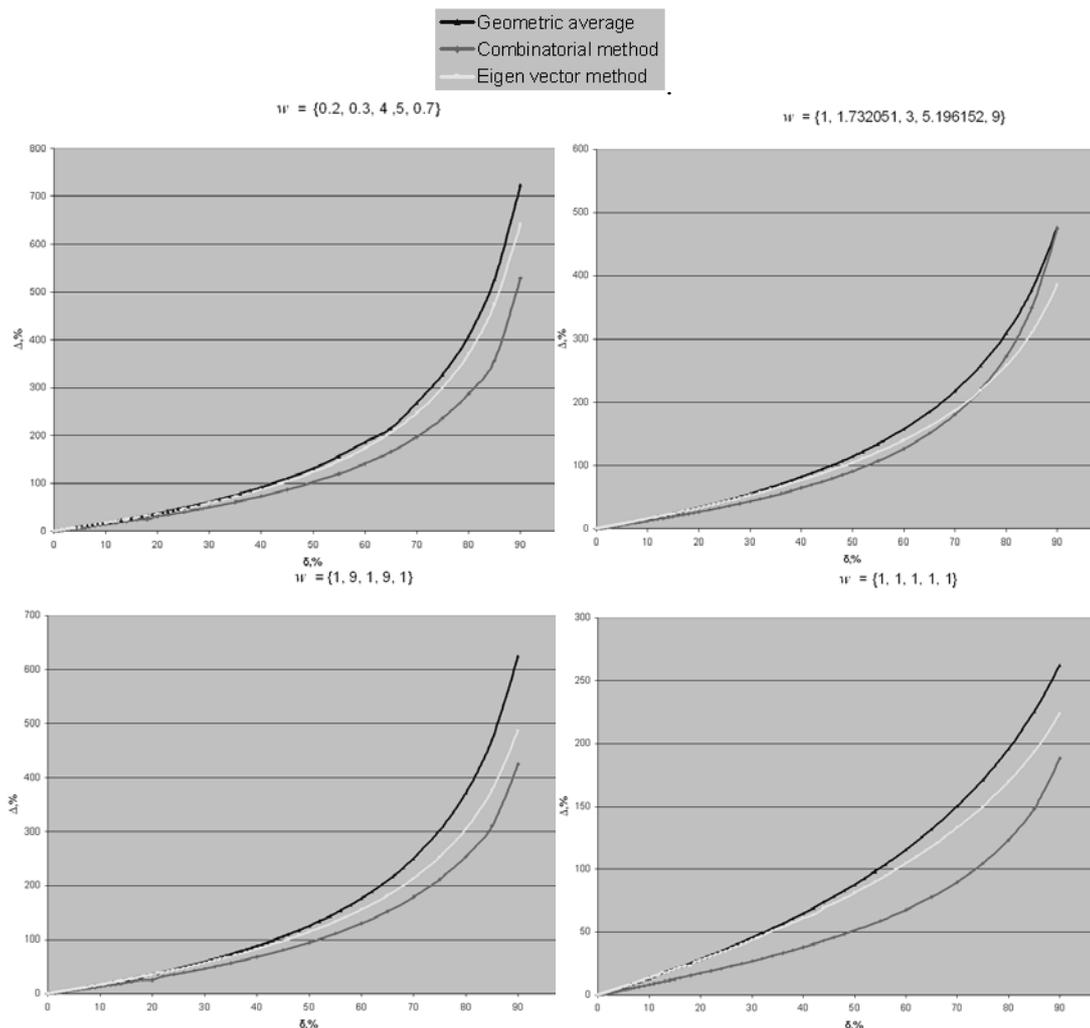
Эффективность методов агрегации экспертных оценок в данной работе рассматривается с точки зрения повышения ими точности определения обобщенных весов альтернатив. В этом плане, чем меньше возможная рассчитанная ошибка  $\Delta$ , тем выше эффективность метода. В идеале, хотелось бы, чтобы для любых весов альтернатив  $w$  и для любых задаваемых отклонений  $\delta$ , всегда, значение  $\Delta$  было бы меньше  $\delta$ . В таком случае метод при агрегации уменьшал бы относительную ошибку парных сравнений. Но,

на практике, как подтвердило экспериментальное исследование ряда существующих методов, к сожалению, этого не происходит.

На нынешнее время, в процессе эксперимента были произведены расчеты для трех методов агрегации: метод собственного вектора (Eigen vector method), геометрическое среднее (Geometric average) и комбинаторный метод (Combinatorial method). Данные по другим методам пока еще в стадии накопления. Пока для эксперимента были использованы четыре набора весов при  $n=5$  со следующими значениями:  $\{0.2, 0.3, 4, 5, 0.7\}$ ,  $\{1, 1.732051, 3, 5.196152, 9\}$ ,  $\{1, 9, 1, 9, 1\}$ ,  $\{1, 1, 1, 1, 1\}$ . Эти значения выбирались исходя из следующих соображений: первый набор – произвольные значения, второй набор – равно удаленные значения в диапазоне значений фундаментальной шкалы[6], деления которой соответствуют числам натурального ряда от 1 до 9. Таким образом, для второго набора значения формировались по закону  $w_{i+1} = w_i \cdot c$ , где  $c$  - константа, для  $n=5$  и фундаментальной шкалы  $c = \sqrt{3}$ . Исходя из этого, второй набор имеет вид:  $\{1, 1 \cdot \sqrt{3} = 1.732051, \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3, 3 \cdot \sqrt{3} = 5.196152, 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9\}$ . Третий набор – крайние значения делений фундаментальной шкалы, и, четвертый набор – равные значения.

Параметры генетического алгоритма в данном эксперименте были подобраны следующими: количество особей в популяции – 200, вероятность мутации – 25%, количество поколений с одинаковым результатом – 1000.

Результаты эксперимента для различных заданных наборов весов альтернатив  $w$  представлены в графическом виде на рисунках ниже. Для всех графиков имеет место общее обозначение:



Выводы, которые можно сделать по результатам экспериментального исследования:

- результаты эксперимента подтверждают известное положение, что метод собственного вектора предпочтительнее по точности, чем нахождение весов как геометрического среднего по строкам МПС;

- при относительных ошибках экспертных парных сравнений менее 75%, т.е. в наиболее вероятной ситуации при экспертном оценивании, при всех вариантах значений эталонных весов (и это было несколько неожиданным для автора) наблюдается значительное преобладание эффективности метода комбинаторной обработки МПС по сравнению с остальными методами, принимающими участие в эксперименте;

- только один метод из исследуемых, а именно, комбинаторный метод, и только при близких значениях весов и при относительных ошибках парных сравнений менее 50% позволяет получить веса альтернатив с относительной ошибкой меньше, чем исходная ошибка парных сравнений.

Общие выводы:

- создана методика определения эффективности методов агрегации экспертных оценок при использовании парных сравнений, основанная на моделировании возможных ошибок экспертов при парных сравнениях;

- предложено применение эволюционных методов, а именно, генетического алгоритма для поиска максимально возможных отклонений в результатах агрегации парных сравнений;

- создан программный экспериментальный модуль для определения показателя эффективности методов агрегации результатов парных сравнений, с помощью которого предполагается провести более обширное исследование существующих методов, и возможно, будут определены направления для создания новых, более эффективных, методов агрегации.

#### Литература

1. Саати, Т. Принятие Решений - Метод анализа иерархий [Текст] / Т. Саати; М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
2. Тоценко, В.Г. Генерация алгоритмов парных сравнений для моделирования предпочтений эксперта при поддержке принятия решений, часть 1. [Текст] / В.Г. Тоценко; Электронное моделирование. – 2000. – №3. – С.11-24.
3. Тоценко, В.Г. Генерация алгоритмов парных сравнений для моделирования предпочтений эксперта при поддержке принятия решений, часть 2. [Текст] / В.Г. Тоценко; Электронное моделирование. – 2000. – №4. – С.16-24.
4. Циганок, В.В. Комбінаторний алгоритм парних порівнянь зі зворотним зв'язком з експертом [Текст] / В.В. Циганок; Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2000. – Т.2, №2. – С.92-102.
5. Миллер, Г. Магическое число семь плюс или минус два: о некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию [Текст] / Г. Миллер; М.: Инженерная психология. Прогресс, 1964.
6. Saaty, T.L. Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process. [Text] / T.L. Saaty; Statistics and Operations Research. – 2008. – 102 (2). – P.251-318.