УДК 519.816

ПРО ОДНУ СТРАТЕГІЮ ОРГАНІЗАЦІЇ ЗВОРОТНОГО ЗВ'ЯЗКУ З ЕКСПЕРТАМИ ПРИ ГРУПОВОМУ ОРДИНАЛЬНОМУ ОЦІНЮВАННІ

В.В. Циганок
Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
e-mail: vitaliy.tsyganok@gmail.com

При створенні систем підтримки прийняття рішень (СППР), у яких можуть застосовуватися ординальні оцінки, отримані від різних експертів, – СППР ординального типу, виникає необхідність визначення можливості узагальнення (агрегації) індивідуальних ранжирувань. Інакше кажучи, необхідно визначати, чи достатній ступінь узгодженості індивідуальних ординальних оцінок групи експертів? Адже у випадку, коли індивідуальні ранжирування між собою погано узгоджені, то будувати узагальнене підсумкове ранжирування на їхній основі не зовсім коректно.

Підхід до оцінювання ступеня узгодженості індивідуальних ранжирувань (ординальних оцінок) представлений багатьма роботами, деякі з них відомі ще з XVIII століття [1,2]. Серед відомих методів оцінювання узгодженості широку популярність одержали: коефіцієнти рангової кореляції, які застосовуються для двох ранжирувань (наприклад, коефіцієнти рангової кореляції Кендела [3] і Спірмена [4]), а також коефіцієнти конкордації [3], що можуть бути застосовані для множин, що містять більше двох індивідуальних ранжирувань.

В [5] пропонується метод визначення достатності ступеня узгодженості множини строгих індивідуальних ранжирувань. Пропонується вважати множину індивідуальних ранжирувань досить узгодженою для їхньої агрегації, у тому випадку, якщо отримане на їхній основі підсумкове відношення також є ранжируванням (тобто відношенням лінійного порядку). Така вимога, здається природною при груповому прийнятті рішень, оскільки виключає появу протиріч у підсумковому відношенні (порушення його транзитивності). Тим самим виключається можливість прояву так званого парадоксу Кондорсе [2], внаслідок якого може ставитися під сумнів можливість здійснення однозначного й конструктивного групового вибору.

Слід зазначити, що кількість експертів у групах при проведенні оцінювальних процедур у СППР зазвичай мала (одиниці осіб). Також мала і кількість даних ними оцінок, що робить неприйнятним застосування апарату математичної статистики для перевірки ступеня узгодженості експертних думок у таких групах.

Запропонований в [5] підхід передбачає у випадку, коли ступінь узгодженості множини строгих індивідуальних ранжирувань не є достатньою для агрегації, застосувати процедуру підвищення узгодженості шляхом повторного звернення до експертів. Підсумкове відношення будується у вигляді матриці домінування. Якщо матриця не є транзитивною, агрегація індивідуальних ранжирувань вважається неприпустимою, і слід звертатися до експертів із пропозицією змінити свої ранжирування альтернатив таким чином, щоб підсумкове відношення стало транзитивним.

Важливо зазначити, що застосування зворотного зв'язку не має спричиняти тиск на попередньо висловлену думку експерта, і виконання цієї умови гарантується постійною наявністю для експерта вибору приймати пропозиції щодо зміни свого ранжирування, чи не приймати.

Задачу організації зворотного зв'язку можна навести у наступній постановці:

<u>Дано</u>: Множина альтернатив, що оцінюються; множина строгих ранжирувань цих альтернатив, виконаних n експертами; підсумкове відношення, у загальному випадку, не транзитивне, задане у вигляді матриці, побудованої шляхом агрегації індивідуальних ранжирувань за методом Кондорсе [2, 6, 7].

Потрібно: організувати зворотний зв'язок з експертами задля перетворення підсумкового відношення в транзитивне, тобто, потрібно послідовно визначати, до кого саме з групи експертів слід звернутись, і які саме альтернативи запропонувати переставити в їхніх індивідуальних ранжируваннях.

Як відомо з численних джерел [7-10], на порушення транзитивності вказує наявність у відношенні циклів (3-циклів, циклічних тріад). Три довільні альтернативи (A_1, A_2, A_3) утворюють цикл (циклічну тріаду), якщо має місце співвідношення виду: $A_1 > A_2 > A_3 > A_1$, де символ «$>$» означає відношення „переважати" (альтернативи завжди можна перенумерувати саме таким чином). Кілька циклів довжини 3 можуть утворювати цикли більшої довжини.

Отже, для того, щоб підсумкове відношення стало транзитивним, необхідно позбутися циклів у ньому. Для цього експертам пропонується переставити відповідні пари альтернатив в індивідуальних ранжируваннях. В такому послідовному процесі ліквідації циклів у підсумковому відношенні з прагненням мінімізувати кількість звернень до експертів і полягає перша стратегія організації зворотного зв'язку.

Альтернативною до такої стратегії бачиться приведення підсумкового відношення до найближчого по кількості змін (перестановок альтернатив) транзитивного відношення. Ця стратегія, як і перша, має ітераційний характер і найближче транзитивне відношення, до якого прагне привести стратегія, як і отримане методом Кондорсе підсумкове відношення, буде змінюватись в процесі звернень до експертів та їхніх можливих незгод з пропозиціями про перестановку деяких альтернатив.

Метою розроблення обох стратегій є прагнення мінімізувати кількість звернень до експертів під час організації зворотного зв'язку, і, як наслідок, також мінімізувати витрати часу та коштів на проведення експертизи. Про знаходження мінімуму в класичному вигляді в даній ситуації мова йти не може, оскільки загальна кількість звернень до експертів залежить від того, погоджуються вони на пропозиції про зміну попередньої своєї думки, чи ні.

Розглянемо докладніше першу з цих стратегій.

Прагнення мінімізувати кількість запитань до експертів веде до наступного підходу до формування послідовності цих запитань з метою подальшої перестановки альтернатив у їхніх ранжируваннях:

1) Перш за все слід переставляти пари альтернатив, які входять до найбільшої кількості циклів. Це співпадає з концепцією прагнення мінімізувати кількість запитань до експертів, адже, така перестановка пари альтернатив може вплинути на зникнення одразу значної кількості, або навіть усіх циклів, пов'язаних з даною парою альтернатив.

2) Доцільно обирати для перестановки ті пари альтернатив, які будуть запропоновані переставити мінімальній кількості експертів. Додатково, сенс в цьому є тому, що чим більшій кількості експертів пропонується переставляти альтернативи в індивідуальних ранжируваннях (змінювати свої оцінки), тим більше ймовірність, що хтось із них не погодиться цього зробити.

3) Доречно для перестановки обирати пари альтернатив, різниця рангів яких є мінімальною. Це означає, що такі альтернативи в індивідуальному ранжируванні стоять близько одна від одної в сенсі переваг експерта, і експерт більш охоче погодиться переставити їх, аніж пару більш віддалених (тих, що більш відрізняються за перевагами експерта) альтернатив.

4) Окрім того, слід пропонувати експертам переставляти альтернативи, розташовані ближче до кінця ранжирування. Це випливає з припущення, що альтернативи, які стоять на перших місцях у ранжируванні (мають найменші ранги), є вагомішими для експерта, тому перестановка альтернатив з більшими номерами буде меншою „поступкою" з його боку. І, навпаки, якщо рішення полягає, наприклад, в тому, щоб відсіяти одну

альтернативу з заданої множини (вилучити найменш важливу з них), слід пропонувати експерту для перестановки пари альтернатив, що стоять на початку ранжирування.

При реалізації представленої стратегії слід враховувати деякі особливості:

- при усуненні деякого 3-циклу існує можливість виникнення інших, додаткових циклів;

Такі цикли, в основному, можуть виникати при перестановці несусідніх альтернатив в ранжируванні експерта. Підчас експериментального дослідження, проведеного базуючись на досить великій кількості (понад 10000) випадковим чином побудованих ранжирувань, не відбувалось зациклювання, або розходження алгоритму, який реалізовує дану стратегію. За результатами дослідження було зроблено висновок про недоцільність перевірки на можливість виникнення додаткових циклів та непотрібність уникнення цих випадків.

- оскільки в стратегії враховуються кількості експертів, що мають змінити свої попередньо висловлені переваги, то при практичній реалізації зручніше оперувати не матрицею Кондорсе, елементи якої належать множині $\{-1, 0, 1\}$, а матрицю, елементи якої є алгебраїчними сумами однойменних елементів матриць експертів;

Такі матриці вміщують інформацію про кількість експертів, які виражали свою думку.

- при ідентифікації циклів зручніше розглядати повні (квадратні) матриці домінування, а не тільки частину матриць розділену головною діагоналлю, хоча ці матриці і є зворотно-симетричними;

Ця зручність пов’язана з деяким спрощенням логічних виразів, що використовуються для ідентифікації циклів.

- у випадках, коли в групі кількість експертів парна, то в отриманому методом Кондорсе підсумковому відношенні можуть виникати рівноваги протилежних думок експертів (нульові значення елементів підсумкової матриці);

Бачаться два очевидних шляхи виходу з цієї ситуації. Це або допускати нульові значення елементів в підсумковій матриці домінування (тобто допускати нестрогість в перевагах альтернатив), або прагнути позбутися як циклів, так і нульових елементів в підсумковій матриці (отримати підсумкове відношення у вигляді строгого ранжирування). При обох шляхах розв’язання даної проблеми будемо мати справу з ідентифікацією та усуненням 3-циклів в матрицях домінування, що містять нулі.

У випадку строгого домінування альтернатив (за відсутності нулів в підсумковій матриці), коли існує лише дві комбінації значень елементів матриці, що відповідають 3-циклам – $\{1, 1, 1\}$ ($(a_{12} = 1) \,\&\, (a_{23} = 1) \,\&\, (a_{31} = 1)$ при $A_1 > A_2 > A_3 > A_1$) та $\{-1, -1, -1\}$ ($(a_{12} = -1) \,\&\, (a_{23} = -1) \,\&\, (a_{31} = -1)$ при $A_1 < A_2 < A_3 < A_1$), щоб позбутися будь-якого з цих двох варіантів циклів достатньо змінити один з елементів, що увійшов до циклу на протилежний (тобто змінити 1 на –1, або навпаки). На відміну від таких випадків строгого домінування альтернатив, при нестрогому домінуванні є значно більше можливих комбінацій значень елементів матриці, що входять до 3-циклів.

Розглянемо комбінації елементів підсумкової матриці, що відповідають 3-циклам при нестрогому домінуванні (в загальному вигляді це $A_1 \le A_2 \le A_3 \le A_1$ та $A_1 \ge A_2 \ge A_3 \ge A_1$). Отже, окрім раніше розглянутої групи із двох 3-циклів зі строгим домінуванням виділимо ще дві групи 3-циклів з наявним одним нулем, та з двома нулями. До першої групи відносяться 3-цикли з одним нульовим елементом:

$\{-1, -1, 0\}$ ($(a_{12} = -1) \,\&\, (a_{23} = -1) \,\&\, (a_{31} = 0)$ при $A_1 < A_2 < A_3 = A_1$),

$\{-1, 0, -1\}$ (при $A_1 < A_2 = A_3 < A_1$), $\{0, -1, -1\}$ (аналогічно), $\{1, 1, 0\}$, $\{1, 0, 1\}$, $\{0, 1, 1\}$.

До другої групи можна віднести 3-цикли з двома нулями:

$\{-1, 0, 0\}$ (при $A_1 < A_2 = A_3 = A_1$), $\{0, -1, 0\}$ (тут і далі – по аналогії з попереднім), {0, 0, –1}, {1, 0, 0}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}.

При прагненні отримати підсумкове відношення у вигляді строгого ранжирування важливою для розгляду є ще група тріад елементів, які не являють собою 3-цикли, але містять в собі один нульовий елемент:

{–1, 1, 0} ($A_1 < A_2 > A_3 = A_1$), {1, –1, 0}, {1, 0, –1}, {–1, 0, 1}, {0, 1, –1}, {0, –1, 1}.

Базуючись на розглянутому поділі тріад елементів матриць домінування на групи, можна представити наступну стратегію організації зворотного зв’язку з експертами для груп з парною кількістю експертів з метою отримання строгого підсумкового ранжирування:

1 –й крок. (такий самий, як і з непарною кількістю експертів в групі) Виконуючи ті ж самі дії для позбавлення від 3-циклів, що і при непарній кількості експертів в групі (при строгому домінуванні – без нулів), але від 3-циклу не позбавляємось, а отримуємо проміжний результат – 3-цикли з наявністю одного нульового елемента.

2 –й крок. Перетворюємо усі 3-цикли з двома нульовими елементами на 3-цикли з одним нульовим елементом (нуль прагнемо змінити на 1 або –1).

3 –й крок. Ліквідовуємо у підсумковій матриці домінування усі 3-цикли з одним нульовим елементом, шляхом зміни нуля на 1 або –1.

4 –й крок. Позбавляємось від нулів у тріадах, що не є циклами (нуль прагнемо змінити на 1 або –1).

Таким чином, запропонований підхід до організації зворотного зв’язку з експертами дозволяє зводити до мінімуму кількість повторних звернень до експертів при ординальному груповому оцінюванні і, тим самим, скоротити ресурси, що необхідні для організації такої експертизи. Описана стратегія, після деякої деталізації, дозволяє програмно реалізувати та запровадити відповідні методи в СППР ординального типу.

Література

1. Borda J.C. Mémoire sur les elections au scrutin. Historie de de l’académie Royale des Sciences / J.C.Borda // Paris. – 1781 – 657 p.

2. Marquis de Condorcet (1785). Essai sur l'application de l'analyse á la probabilité des décisions rendues á la pluralité des voix: [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k417181

3. Кендэл М. Ранговые корреляции / М. Кендэл // М.: Статистика – 1975 – 214 с.

4. Spearman C. The proof and measurement of association between two things / C.Spearman // Amer. J. Psychol. – 1904. – 15. – pp. 72–101.

5. Цыганок В.В. О достаточности степени согласованности групповых ординальных оценок / В.В.Цыганок, С.В.Каденко // Проблемы управления и информатики. – 2010. – № 4. – в печати.

6. Тоценко В.Г. Методы определения групповых многокритериальных ординальных оценок с учетом компетентности экспертов / В.Г.Тоценко // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 5. – С. 84-89.

7. Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа / Б.Г.Литвак // М.: Радио и связь. – 1982 – 185 с.

8. Гнатієнко Г.М. Експертні технології прийняття рішень / Г.М.Гнатієнко, В.Є.Снитюк // К.: ТОВ “Маклаут” – 2008. – 444 с.

9. Saaty T.L. Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process. / T.L.Saaty // Statistics and Operations Research. – 2008. – 102 (2). – P.251-318.

10. Kendall M. The problem of m rankings./ M.Kendall, B.B.Smith // Ann. Math. Stat. – 1939. – 10. – pp.275–287.